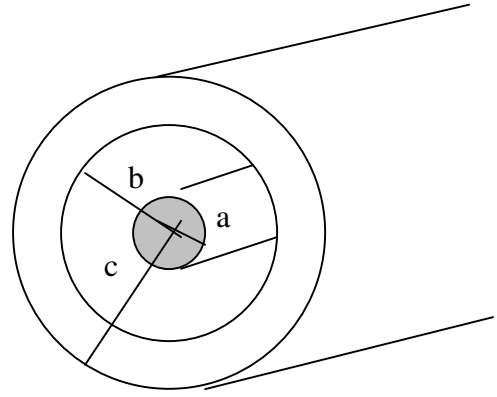


Esercizio n.5:

In un cilindro realizzato con materiale isolante, con raggio di base a ed altezza h , la carica Q , positiva, e' distribuita uniformemente con densità volumica ρ . Concentrico ad esso viene disposto un cilindro cavo conduttore i cui raggi interno ed esterno sono rispettivamente b e c .

Si assuma che i cilindri possano essere considerati di altezza praticamente infinita visto che quest'ultima risulta molto maggiore dei loro raggi e che, inoltre, i dati numerici relativi siano i seguenti:

$$h = 10^2 \text{ cm}, a = 10^{-1} \text{ cm}, b = 2 \text{ cm}, c = 2.5 \text{ cm}, \rho = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{cm}^3}$$



Dopo aver calcolato:

- la densità di carica (indotta) sulle superfici interna ed esterna del cilindro conduttore,
- il campo elettrico in funzione della distanza r dall'asse del cilindro isolante, per $r < c$,
- la differenza di potenziale tra la superficie del cilindro isolante e quella interna del cilindro conduttore,

Soluzione

- Per induzione completa sulle superfici interna ed esterna del cilindro cavo conduttore la carica indotta sarà rispettivamente $-Q$ e $+Q$, pari rispettivamente a $-\rho\pi a^2 h$ e $+\rho\pi a^2 h$, con densità superficiali σ_{int} e σ_{est} pari in modulo a:

$$\sigma_{\text{int}} = -\rho \frac{a^2}{2b} = -0.125 \frac{\text{nC}}{\text{m}^2} \quad \text{e} \quad \sigma_{\text{est}} = \rho \frac{a^2}{2c} = 0.1 \frac{\text{nC}}{\text{m}^2}$$

- Il campo elettrico nella regione di spazio compresa tra il cilindro isolante ed il cilindro conduttore cavo può essere calcolato tramite la legge di Gauss, applicata ad una superficie cilindrica chiusa di raggio di base r , coassiale con l'asse del dispositivo:

$$E 2\pi r h = \frac{Q_{\text{int},S}}{\epsilon_0} = \frac{\pi a^2 \rho h}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0 r}$$

dove a è il raggio del cilindro isolante, h è l'altezza del dispositivo, ρ è la densità di carica volumica nel cilindro di raggio a ed $a < r < b$.

- Il campo elettrico sulla superficie interna del cilindro conduttore vale:

$$E = \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0 b} = 14.1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- Dalla definizione di differenza di potenziale elettrico ΔV si ha che:

$$\Delta V \equiv V_+ - V_- = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0 r} dr = \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0} \ln \frac{b}{a} = 0.85 \text{ V}$$

dove V_+ , V_- sono rispettivamente i potenziali elettrici sulla superficie del cilindro isolante e del cilindro conduttore.